сделать вывод о том, что время упражнения, равное 15 мин, является оптимальным, и только в заключительном упражнении имеет смысл незначительно увеличить время предъявления информации или уменьшить объем предъявляемой информации. Уменьшить объем предъявляемой информации можно за счет оптимизации маршрута считывания показаний с приборов.

Таким образом, слабый рост усвоения информации на конечном этапе программы обучения является показателем того, что необходимый уровень навыков по ведению пространственной ориентировки достигнут.

Предложенная математическая модель хорошо согласуется с результатами эксперимента, проведенного на кафедре летной эксплуатации и профессионального обучения авиационного персонала СПбГУ ГА **[1]**. Их статистическая обработка говорит об эффективности описанного метода обучения. Использование математического моделирования дало возможность определить оптимальное время предъявления информации. Т

Литература

1. Барабанов М. В., Коваленко Г. В. Экспериментальная проверка метода формирования навыков по ведению пространственной ориентировки с использованием авиагоризонта «вид с ВС» // Вып. IV. СПб.: СПб ГУГА, 2010. С. 11–30.
2. Коваленко П. А. Пространственная ориентировка пилотов. Психологические особенности. М.: Транспорт, 1989. 230 с.
3. Коваленко П. А., Пономаренко В. А., Чунтул А. В. Учение об иллюзиях полета. Основы авиационной делиологии. М.: Институт психологии РАН. 2006. 461с.
4. Завалова Н. Д., Ломов Б. Ф., Пономаренко В. А. Образ в системе психической регуляции деятельности. М.: Наука, 1986. 174 с.
5. Присняков В. Ф., Приснякова Л. М. Математическое моделирование переработки информации оператором человеко-машинных систем. М.: Машиностроение, 1990. 248 с.
6. Проблемы инженерной психологии. М.: Наука, 1967. 196 с.

Расчетный метод определения параметров пространственного движения самолета по результатам траекторных измерений

Поскольку в реальных условиях летной эксплуатации параметры математической модели динамики полета воздушного судна приходится определять в условиях неполноты исходных данных, целесообразно применение для этого расчетных методов. В частности, возможности для определения параметров полета предоставляет математическая модель движения центра масс самолета.

Г. В. Коваленко,
доктор техн. наук, профессор, заведующий кафедрой летной эксплуатации и профессионального обучения авиационного персонала СПбГУ ГА

В. А. Дмитриев,
канд. техн. наук, доцент кафедры летной эксплуатации и профессионального обучения авиационного персонала СПбГУ ГА

Г. А. Волков,
пилот 1-го класса, профессор кафедры безопасности полетов СПбГУ ГА

Одним из основных направлений обеспечения безопасной эксплуатации воздушных судов является совершенствование методов анализа полетной информации с целью повышения эффективности ее использования **[1]**.

Практика показывает, что полетная информация, являясь источником объективных данных о полете, крайне необходима как при решении задач расследования авиационных происшествий (АП), так и при текущем контроле (мониторинге) качества рейсовых полетов воздушных судов (ВС). В обоих случаях особая роль отводится расчетно-экспериментальным методам анализа динамики полета ВС при решении различных траекторных задач.

В реальных условиях летной эксплуатации параметры математической модели (ММ) приходится определять на основе ограниченного объема зашумленных данных. При этом, как правило, сильно зашумлены управляющие функции (ошибки пилота), зашумлены выходные измеряемые параметры системы «Экипаж — ВС» (а некоторые из них по разным причинам вообще ненаблюдаемы). Таким образом, в условиях неполноты исходных данных (например, пропущенных измерений) по-прежнему актуальным является применение и развитие расчетных методов.

Выбор и обоснование математической модели движения ВС на расчетном участке траектории

Выберем в качестве исходной (базовой) ММ наиболее известную и хорошо апробированную систему дифференциальных уравнений, описывающих пространственное движение центра масс (ЦМ) самолета в случае полета без скольжения **[2]**.

Эта система уравнений с использованием понятия «перегрузка» (уравнения в перегрузках) записывается в проекциях на оси траекторной системы координат $0\,X_k\,Y_k\,Z_k$ в следующем виде:

$$\frac{dV}{dt} = g\left(n_x - \sin\Theta\right), \tag{1}$$

$$\frac{d\Theta}{dt} = \frac{g}{V}\left(n_y \cdot \cos\gamma - \cos\Theta\right), \tag{2}$$

$$-\frac{d\Psi}{dt} = \frac{g}{V \cdot \cos\Theta} n_y \cdot \sin\gamma, \tag{3}$$

где V — скорость самолета;

Θ — угол наклона траектории;

Ψ — угол пути (угол поворота касательной к горизонтальной проекции траектории);

γ — угол крена;

n_x — продольная перегрузка;

n_y — нормальная перегрузка;

g — ускорение свободного падения.

В рассматриваемой системе координат, используя известные зависимости из теоретической механики, запишем выражения для определения угловых скоростей ω_y и ω_z вокруг координатных осей OY_k и OZ_k соответственно:

$$\omega_y = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{V}{r_z}\cos\Theta, \tag{4}$$

$$\omega_z = \frac{d\Theta}{dt} = \frac{V}{r_y}. \tag{5}$$

Тогда, приняв дополнительно, что на расчетном участке траектории V = const, откуда следует, что $n_x = \sin\Theta$, после подстановки выражений (4), (5) в уравнения (2), (3) и преобразований окончательно получим:

$$n_y \cdot \cos\gamma = \frac{V^2}{g \cdot r_y} + \cos\Theta, \tag{6}$$

$$n_y \cdot \sin\gamma = \frac{V^2 \cdot \cos^2\Theta}{g \cdot r_z}. \tag{7}$$

Аналитические выражения (6), (7) являются формально известными **[2]**, однако их применение крайне ограничено: они используются либо для определения радиусов кривизны при построении траектории по данным V, n_y, γ, бортовых регистраторов, либо для определения связи между перегрузкой и креном в частных случаях динамики полета ВС. При этом общий анализ аналитического решения и свойств ММ (6), (7) позволяет решать прямые и обратные траекторные задачи в различной их постановке.

Рассмотрим далее возможности использования ММ (6), (7) на примере решения следующих траекторных задач (полет самолета по глиссаде).

Определение управляющих функций n_y и γ по результатам измерения прямоугольных координат ЦМ ВС

Это является обратной траекторной задачей.

Полное аналитическое решение системы (6), (7) позволяет получить две группы расчетных формул.

Одна группа дает возможность определить неизвестные n_y и γ независимо друг от друга.

Вторая группа формул содержит обе управляющие функции и позволяет определить их по различным зависимостям, в которых исключенными параметрами могут быть любые другие переменные в уравнениях (6), (7).

Отличительной особенностью (преимуществом) полученных аналитических зависимостей является возможность их дальнейшего упрощения при малых значениях параметров: $\cos\Theta \approx 1$, $\sin\gamma \approx \gamma$. Это обстоятельство позволяет детально исследовать свойства решений системы уравнений (6), (7) и оценить чувствительность выходных параметров к погрешности исходных данных.

Сказанное в наибольшей степени относится к формуле, которая при исключении скорости V из системы уравнений (6), (7) может быть получена для малых углов Θ и γ в виде:

$$\frac{r_z}{r_y} \approx \frac{1}{\gamma}\left(1 - \frac{1}{n_y}\right). \tag{8}$$

Эта зависимость позволяет, в частности, непосредственно оценивать влияние геометрических характеристик кривизны траектории на точность определения управляющих функций. Указанное упрощение (особенно условие $\cos\Theta \approx 1$) оправдано на практике для неманевренных самолетов гражданской авиации и является общепринятым.

Аналитическое решение системы (6), (7) в общем виде основано на двух теоретических предпосылках. Первая предполагает аппроксимацию расчетного участка пространственной траектории алгебраической кривой 4-го порядка, которой взаимно-однозначно соответствуют две ортогональные проекции в виде дуг окружностей на взаимно-перпендикулярных плоскостях: Π_1 (продольное движение) и Π_2 (боковое движение). Вторая предпосылка предполагает возможность аналитического решения системы (6), (7): $n_y, \gamma = f(r_y, r_z)$ при условии $r_y, r_z = f(x, y, z)$. Эта предпосылка логически вытекает из первой, так как метод ортогональных проекций позволяет, как известно, устанавливать взаимно — однозначную связь между траекторией в пространстве и ее проекциями в координатной форме. При этом радиусы кривизны r_y, r_z как функции координат ЦМ ВС могут быть определены, в частности, чисто геометрическим способом с использованием формул элементарной геометрии.

Таким образом, решение системы уравнений (6), (7) позволяет получить, как уже отмечалось, множество расчетных формул. Например, особо следует выделить случай, когда на рассматриваемом интервале Δx радиус кривизны r_z (r_y) оказывается связанным всего с одним параметром h_1 (h_2):

$$r_z = \frac{(\Delta x)^2 + 4h_1}{8h_1}, \tag{9}$$

$$r_y = \frac{(\Delta x)^2 + 4h_2}{8h_2}. \tag{10}$$

В этих известных формулах параметр h_1 (h_2) характеризует величину отклонения дуги окружности от стягивающей ее хорды, являясь тем самым геометрическим критерием при распознавании формы и оценке степени кривизны траектории. В этом случае параметр h_1 (h_2) задается и может быть использован в качестве управляющего формой траектории параметра при настройке ММ (6), (7) на требуемую точность.

Восстановление пространственной траектории ВС расчетным путем при нестабилизированном заходе на посадку

Наиболее характерной чертой захода на посадку являются ярко выраженные траекторные особенности:

- жесткое траекторное ограничение (т. е. движение ВС при установленных параметрах должно происходить по заданной траектории (глиссаде) с приземлением на взлетно-посадочную полосу (ВПП) в заданной точке);
- наличие специальных контрольных точек траектории, имеющих жесткую пространственную привязку к ВПП (это точка входа в глиссаду (ТВГ), точки пролета ДПРМ и БПРМ, которые инструментально регистрируются и о которых сигнализируется экипажу, и точка пролета торца ВПП).

При этом было установлено, что точность выдерживания траектории в указанных точках в наибольшей степени влияет на точность приземления ВС и является необходимым условием для успешного завершения полета.

В этих условиях решающее значение для безопасности полета приобретает установившийся режим полета — стабилизированный заход на посадку **[3]**. При этом он считается стабилизированным только при выполнении следующих основных требований:

- самолет находится на расчетной траектории в вертикальной и горизонтальной плоскости, а незначительные изменения курса и тангажа достаточны для выдерживания расчетной траектории;
- тяга двигателей постоянна, и балансировка самолета обеспечивает полет на расчетной скорости;
- параметры полета не выходят за установленные пределы в соответствии с руководством по летной эксплуатации.

В противоположность этому нестабилизированный заход на посадку является самым распространенным фактором, сопутствующим летным происшествиям при заходе на посадку и посадке, в том числе и инцидентам категории CFIT. Например, согласно статистике, продолжение нестабилизированного захода на посадку является причиной 40 % летных происшествий при заходе на посадку и посадке. Кроме того, наиболее характерные ошибки при нестабилизированном заходе на посадку всегда, прямо или косвенно, связаны с отклонениями от расчетной траектории. Поэтому неслучайно восстановление траектории движения ВС является одной из основных задач при расследовании АП, так как ни одна версия АП не может быть принята в качестве причины, если ей не соответствует расчетная или измеренная траектория движения ВС.

Анализ траекторного движения ВС по глиссаде как материальной точки показывает, что восстановление пространственной траектории ВС возможно и в случае пропущенных траекторных измерений. Эта возможность основана на следующем допущении.

Траекторные отклонения от линии глиссады по высоте и курсу составляют на практике, как правило, не более нескольких десятков метров. При этом если длина глиссады (при стандартном угле ее наклона) от расчетной точки приземления до ТВГ равна примерно 12 км, то сами отклонения на порядок (как минимум) меньше длины расчетной траектории.

Следовательно, с чисто теоретической погрешностью, можно принять, что траектория ВС — плоская кривая, т. е. движение ВС происходит в плоскости. Эта плоскость должна занимать в пространстве общее положение, т. е. быть не параллельной и не перпендикулярной ни одной из осей системы прямоугольных координат и линии глиссады. Тогда, несмотря на наличие отклонений от линии глиссады и курса одновременно в каждой точке траектории, движение ВС может происходить в указанной плоскости.

Отсюда следует, что при отсутствии ряда значений координат ЦМ ВС (например, в горизонтальной плоскости) и известных значениях координат в вертикальной плоскости для определения траектории расчетным путем достаточно знать координаты только трех точек траектории на различных удалениях от ВПП. Аналитическое решение этой задачи сводится к следующему.

Общее уравнение плоскости в пространстве, проходящей через три, например точки M_1, M_2, M_3 с соответствующими координатами (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), (x_3, y_3, z_3), может быть записано, как известно, с помощью определителя 3-го порядка:

$$\begin{vmatrix} (x-x_1) & (y-y_1) & (z-z_1) \\ (x_2-x_1) & (y_2-y_1) & (z_2-z_1) \\ (x_3-x_1) & (y_3-y_1) & (z_3-z_1) \end{vmatrix} = 0. \qquad (11)$$

Вычислив определитель (11), запишем уравнение плоскости в виде:

$$Ax + By + Cz + D = 0, \qquad (12)$$

где коэффициенты A, B, C, D определяются после вычислений по формуле (11).

Тогда, задавая значения x (удаление от ВПП) и y (или z) из уравнения (12), находим недостающую координату траектории ВС.

Экспериментальная проверка расчетных формул

Восстановление пространственной траектории самолета Ил-114 при полете по глиссаде

Исходными данными служат значения координат ЦМ ВС рейсового полета:

- координаты точек траектории в вертикальной плоскости (продольное движение) известны все;
- в горизонтальной плоскости (боковое движение) известны координаты только трех точек траектории.

Требуется определить расчетным путем все остальные недостающие координаты z. Исходные данные представлены в *табл. 1*.

Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки: 0 (0;0;0) (начало координат), M_1(x = 11200 м; y = 550 м, z = –113 м), M_2 (x = 4700 м, y = 250 м, z = –75 м), запишем в координатной форме, используя определитель 3-го порядка Δ:

$$\Delta = \begin{vmatrix} x-0 & y-0 & z-0 \\ 11200-0 & 550-0 & -113-0 \\ 4700-0 & 250-0 & -75-0 \end{vmatrix} = 0. \qquad (13)$$

Разложив этот определитель по элементам первой строки и приведя подобные члены при $x, y, z,$ получим общее уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки:

$$130x - 3089y - 2150z = 0. \qquad (14)$$

Теперь, зная координаты x и y всех точек траектории и подставив их в уравнение (14), можно определить все остальные неизвестные координаты z траектории. Результаты расчетов представлены в *табл. 2*.

Расчет параметров полета, измеряемых бортовыми регистраторами

Для определения управляющих функций n_y — нормальной перегрузки, угла крена выбираем в качестве расчетного участок траектории ACB с координатами (значения в метрах) (*табл. 1*):

$$A\ (x_A = 7900;\ y_A = 400;\ z_A = -70),$$
$$C\ (x_C = 9870;\ y_C = 490;\ z_C = -85),$$
$$B\ (x_B = 10800;\ y_B = 550;\ z_B = -113).$$

Далее расчет осуществляется в следующей последовательности.

Определяем длину расчетного участка по формуле

$$d = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (z_B - z_A)^2} = = \sqrt{(10800-7900)^2 + (-113+70)^2} \approx 2900 \text{ м}. \qquad (15)$$

Теперь, определив по координатам (данные МСРП) величину степени кривизны траектории h = 61 м, найдем значение радиуса кривизны:

$$r_z = \frac{d^2}{8 \cdot h} = \frac{(2900)^2}{8 \cdot 61} = 17237 \text{ м}. \qquad (16)$$

Учитывая также, что на расчетном участке $r_z = r_y$, найдем значение угла крена по формуле, полученной при решении системы (6), (7) с учетом условия Θ = const:

$$\gamma = \frac{V^2}{g \cdot r_z} = \frac{(58{,}8)^2}{9{,}8 \cdot 17237} \approx 0{,}0731 = 4{,}2^\circ, \qquad (17)$$

Таблица 1. **Исходные данные для восстановления пространственной траектории Ил-114 при полете по глиссаде (получены от обзорного аэродромного радиолокатора (ОРЛ-А), вторичного радиолокатора (ВРЛ-А) и многоканальной системы регистрации параметров МСРП-А02)**

Время (t), ч, мин, с	Удаление от торца ВПП (x), м	Вертикальная скорость (V_y), м/с	Высота полета (y), м	Путевая скорость (W), км/ч	Отклонения	
					Глиссада (Δy), м	Курс (z), м
18:32:00	10 800	4,1	550	208	+28	–113
18:32:08	10 330	3,8	520	210	+20	–98
18:32:16	9870	3,8	490	215	+12	–83
18:32:35	8790	3,2	430	207	+2	–62
18:32:50	7900	2,0	400	210	+14	–72
18:33:00	7310	3,0	370	212	+11	–65
18:33:07	6870	4,2	340	226	+1	–49
18:33:25	5780	1,7	310	218	+22	–72
18:33:34	5250	3,3	280	212	+17	–61
18:33:50	4300	1,9	250	214	+31	–75
18:33:57	3850	4,2	220	231	+21	–59
18:34:01	3600	0	220	225	+34	–74
18:34:05	3350	6	190	225	+15	–46
18:34:14	2830	3,3	160	208	+10	–35
18:34:23	2280	3,3	130	220	+5	–25
18:34:41	1200	3,8	80	216	+14	–21
18:34:49	700	3,8	60	212	+9	–8

Таблица 2. **Значения координат ЦМ ВС (результаты расчета координаты z)**

x, м	y, м	$z_{изм}$, м	$z_{расч}$, м
11200	550	–113	–113
10730	520	–95	–98
10270	490	–85	–83
9190	430	–65	–62
8300	400	–70	–72
7710	370	–66	–65
7270	340	–51	–49
6180	310	–75	–72
5650	280	–59	–61
4700	250	–75	–75
4250	220	–57	–59
4000	220	–77	–74
3750	190	–48	–46
3230	160	–36	–35
2680	130	–23	–25
1200	80	–21	–17
700	60	–8	–5

где V = 210 км/ч = 58,8 м/с — среднее значение скорости полета на расчетном участке по данным МСРП.

Для определения нормальной перегрузки n_y используем формулу (8) при условии $r_2 \approx r_y$:

$$\gamma = \frac{r_y}{r_z} \cdot \left(1 - \frac{1}{n_y}\right) \approx 1 - \frac{1}{n_y}.$$

Тогда перегрузка будет равна:

$$n_y \approx \frac{1}{1-\gamma} \approx \frac{1}{1-0{,}0731} \approx 1{,}08.$$

Результаты расчетов представлены в *табл. 3.*

Литература

1. Руководство по управлению безопасностью полетов (Doc 9859 ИКАО). 2009.
2. Тарасенков А. М., Брага В. Г., Тараненко В. Т. Динамика полета и боевого маневрирования летательных аппаратов. Ч. I. Траектории движения и летные характеристики / под ред. А. М. Тарасенкова. М.: ВВИА им. проф. Жуковского, 1973.
3. На пути к снижению аварийности при заходе и выполнении посадки. Оригинальная версия Airbus. Издание 1 октября 2000 г. / Русская версия. Аэрофлот. Издание 2 октября 2004 г.

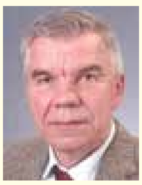
Таблица 3. **Значения управляющих функций**

x, м	V, км/ч	$V_{ср}$, км/ч	n_y			γ, град.		
			Измеренные (МСРП)	Расчетное значение	Погрешность	Измеренные (МСРП)	Расчетное значение	Погрешность
10 800	208		1,03			5,1		
10 330	210		1,15			5,3		
9870	205	210	1,1	1,08	3 %	3,4	4,2	4 %
8790	207		1,1			4,2		
7900	210		1			3,2		

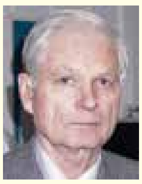
К проблеме устойчивости системы «экипаж — воздушное судно»

Система «экипаж — воздушное судно (ВС)» представляет собой сложную, динамическую систему с двумя основными элементами. При динамическом моделировании системы используются нелинейные уравнения движения ВС, законы отклонения рулей и изменения тяги двигателей, в которых действия экипажа (пилотов) задаются через коэффициенты управления. Ниже представлен упрощенный подход к исследованию устойчивости системы «экипаж — ВС». Уравнения устойчивости системы были получены путем линеаризации нелинейных уравнений движения ВС с заданным законом управления.

В. И. Арбузов,
доктор физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой физики и химии СПбГУ ГА



Е. Ф. Жигалко,
доктор физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой «Прикладная математика» Петербургского государственного университет путей сообщения (ПГУПС)



А. П. Ушаков,
доктор техн. наук, профессор, заведующий кафедрой диагностики технических систем СПбГУ ГА

В. Е. Чепига,
доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры летной эксплуатации и профессионального обучения авиационного персонала СПбГУ ГА

В динамической модели системы «экипаж — ВС» элемент ВС — сложный объект, состоящий из большого числа твердых деформируемых тел, имеющий переменную массу и жидкое наполнение (топливо), заменяется на твердое тело постоянной (недеформируемой) конфигурации переменной или постоянной массы. Экипаж ВС, второй сложный элемент системы, моделируется коэффициентом управления.

Проблема изучения поведения системы «экипаж — ВС» с формальной точки зрения сводится к проблеме изучения свойств решений системы нелинейных и линеаризованных дифференциальных уравнений. При этом основное внимание уделяется исследованию устойчивости движения, оказывающей существенное влияние на исход полета, особенно на этапе посадки при движении ВС по глиссаде.

Движение ВС в общем случае описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений, а потому представляет известные сложности для исследований. Когда система нелинейна, то в зависимости от величины возмущения она может быть устойчивой или неустойчивой. Если система линейна и устойчива, то она устойчива при любом по величине возмущении. Линейная система хорошо описывает поведение нелинейной системы, когда начальные возмущения малы.